

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП

2025-2026 учебный год. Камчатский край

возрастная группа 10 класс

Максимальное количество баллов 35

Уважаемый участник олимпиады!

Вам предстоит выполнить теоретические задания. Время выполнения заданий – **235 минут**.

Выполнение заданий целесообразно организовать следующим образом:

- не спеша, внимательно прочитайте задания;
- не забывайте переносить решения в чистовик, черновики не проверяются;
- решение каждой задачи начинайте с новой страницы;
- задача считается решенной, если в ней приведено полное доказательство или обоснование ответа (за исключением случаев, когда в условии написано, что требуется привести только ответ);
- после выполнения заданий еще раз удостоверьтесь в правильности записанных ответов и решений.

Условия задач

Задача 10.1. (7 баллов)

Дано натуральное число n . Его умножили на число m , полученное из n перестановкой цифр. Могло ли при этом получиться число 2025027

Задача 10.2. (7 баллов)

Известно, что x , y и z – целые числа и $xy + yz + zx = 2025$. Докажите, что число $(2025 + x^2)(2025 + y^2)(2025 + z^2)$ является квадратом натурального числа.

Задача 10.3. (7 баллов)

Докажите, что все три графика функций $y = ax^2 + 2025x + 2026$, $y = 2025x^2 + ax + 2026$ и $y = 2026x^2 + 2025x + a$, где $a \neq 2025$ и $a \neq 2026$ пересекаются в одной точке.

Задача 10.4. (7 баллов)

Из точки P , лежащей вне окружности проведены касательные PA и PB и секущая, которая пересекает окружность в точках C и D , считая от точки P . На хорде CD выбрана точка E так, что углы DBE и CAP равны. Докажите, что точки A , P , B , E лежат на одной окружности.

Задача 10.5. (7 баллов)

В гандболе за победу дают 2 очка, за ничью — 1 очко, за поражение — 0 очков. 14 гандбольных команд провели турнир, где каждая команда с каждой сыграла по одному разу. Оказалось, что никакие две команды не набрали поровну очков. Могло ли случиться, что каждая из команд, занявших первые три места, проиграла каждой из команд, занявших последние три места?

Желаем успехов!